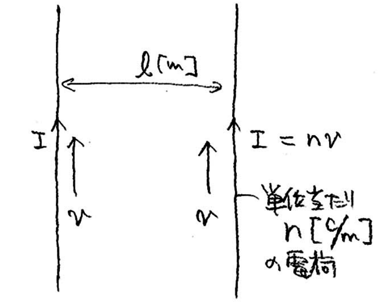
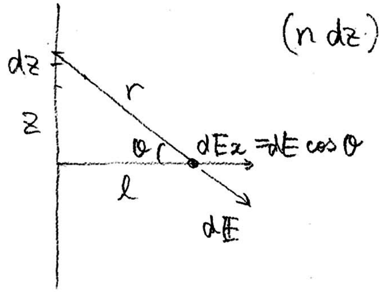
2本の直線電流　相対論との関係。




$F_M = \frac{\mu_0}{2\pi l} I \cdot I$ … 磁気的引力。 [N/m]

$F_C = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 l} n n$ … クーロン斥力。 [N/m]

(クーロン斥力について)




(n dz) の電荷がつくる dEx は、

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{n\,dz}{r^2}\cdot\cos\theta$$

$$E = \int E_x$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{n\cos\theta}{r^2}\,dz$$


$z = l\tan\theta$ で置換 $\longrightarrow$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{l}\,d\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l}\left[\sin\theta\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{n}{2\pi\varepsilon_0 l}$$

$$F = E \cdot n_2 = \frac{n_1 n_2}{2\pi\varepsilon_0 l}$$

結局、単位長さ当たりの力は

$$F = F_C - F_M = \frac{nn}{2\pi l}\left(\frac{1}{\varepsilon_0} - \mu_0 v v\right)$$

(斥力を正)

$$= \frac{n^2}{2\pi l}\left(\frac{1}{\varepsilon_0} - \frac{v^2}{\varepsilon_0 c^2}\right) = \frac{n^2}{2\pi\varepsilon_0 l}\left(1-\beta^2\right)$$

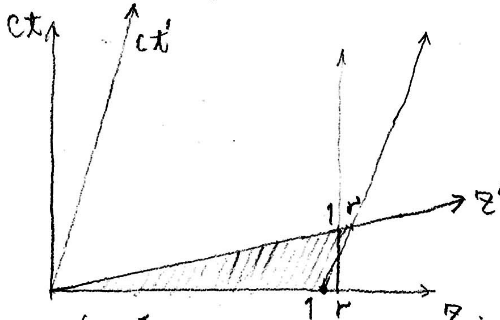
$\mu_0\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

$\beta = \frac{v}{c}$

さて、vで移動する観測者(系2)からは、電流はゼロ(電荷が止まっている)としてみえる。

この時、もとの静止系(系1)でとまっていたものは、−vで動くことになり、$\frac{1}{\gamma}$に縮んでみえる(ローレンツ収縮)。一方、系1でvで動いていたもの(でんし達)は$\gamma$にひろがってみえる。

$\left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$




ローレンツ変換。

$$\begin{bmatrix} ct' \\ z' \end{bmatrix} = \gamma \begin{bmatrix} 1 & -\beta \\ -\beta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ z \end{bmatrix}$$

系2　　系1

もとの系で1mにとじこめられていた電子たちn個は系2では$\gamma$mにひろがる。つまり $n' = \frac{n}{\gamma}$ にうすまる。

この系2で、直線間の反発力[N/m]は…

$$F = \frac{\left(\frac{n}{\gamma}\right)^2}{2\pi l}\left(\frac{1}{\varepsilon_0} - 0\right) = \frac{n^2}{2\pi\varepsilon_0 l}\cdot\frac{1}{\gamma^2}$$

磁気力は消える。

両者は一致するはずだが…

$$\frac{n^2}{2\pi\varepsilon_0 l}\left(1-\beta^2\right) = \frac{n^2}{2\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{1}{\gamma^2}\right)$$

で一致している。OK。