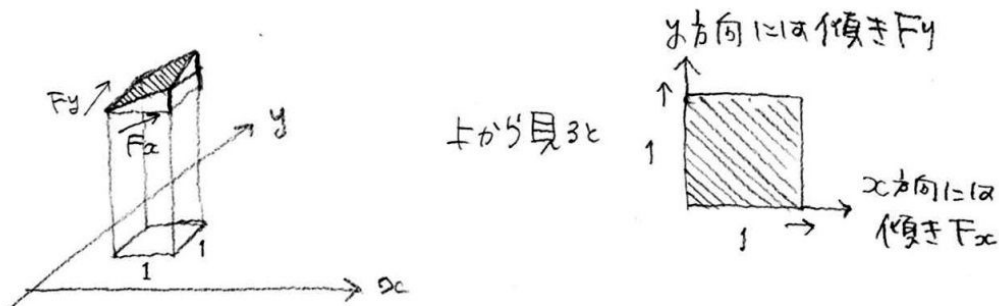


- ◎ ある面 (x方向の傾き F_x
y " F_y) における 最小の傾き方向 とその傾きの値
(球が転がる方向)



<その1>
面の法線方向のベクトルは $\begin{cases} x \text{軸に沿った傾きベクトル } (1, 0, F_x) \\ y \text{ " } (0, 1, F_y) \end{cases}$ の
両者の外積で求めるから $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & F_x \\ 0 & 1 & F_y \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -F_x \\ -F_y \\ 1 \end{pmatrix}$ となる。

求めたい最小の傾き方向は この法線ベクトルの xy 面への射影であるから
 $\begin{pmatrix} -F_x \\ -F_y \\ 0 \end{pmatrix}$ となる。 $\therefore$ 傾きの値

$$I = \frac{F_x(-F_x) + F_y(-F_y)}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} = \frac{-F_x^2 - F_y^2}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}} = -\sqrt{F_x^2 + F_y^2} //$$

<その2>
一般に、上から見て (a, b) 方向に動く時の傾きは、

$$I(a, b) = \frac{F_x \cdot a + F_y \cdot b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \leftarrow z \text{方向の増分}$$

$\leftarrow xy \text{ 面内でのキヨリ}$

たのど $\tan \theta = \frac{b}{a}$ により変形すると

$$I(\theta) = F_x \cos \theta + F_y \sin \theta$$

単に $\tan \phi = \frac{F_y}{F_x}$ を使えば

$$I(\theta) = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} (\cos \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta) \\ = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \cos(\theta - \phi)$$

これが最小になるのは $\theta = \pi + \phi$ (つまり 逆方向、 $(a, b) = (-F_x, -F_y)$) の時ど $I_{\min} = -\sqrt{F_x^2 + F_y^2} //$

